

平成 22 年 度  
一 般 1 期 入 学 試 験 問 題

# 数 学 (科学技術学部・薬学部)

2月2日 (13:00 ~ 14:00)

## 注 意 事 項

1. 問題用紙は、試験監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙と解答用紙(マークシート)は別になっています。
3. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。

① 氏名欄

氏名及びフリガナを記入しなさい。

② 受験番号欄

受験番号(数字及び英字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。

4. **I** は必答, **II III IV** については、これらより 2 問を選択して解答すること。
5. 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。例えば、**II** の **10** と表示のある問いに対して③と解答する場合は、次の(例)のように問題番号 **II** の **10** の解答欄の③にマークしなさい。

(例)

<b>II</b>	解 答 欄					
	1	2	3	4	5	6
<b>10</b>	①	②	●	④	⑤	⑥

6. 問題用紙は、試験終了後持ち帰ること。

全員必答 I は必ず解答すること。

I

(1)  $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ ,  $y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$  のとき, 次の各値を求めよ。

①  $x + y = \boxed{1}$ ,  $xy = \boxed{2}$  である。

②  $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \boxed{3}$  である。

(2) 2次方程式  $x^2 + 2(a - 1)x + 5a - 9 = 0$  について, 次の各問いに答えよ。

①  $a = 5$  のとき, この方程式の解は 4 である。

② この方程式が異なる2つの実数解をもつとき, 定数  $a$  の値の範囲は 5 である。

③ この方程式が正の解と負の解を1個ずつもつとき, 定数  $a$  の値の範囲は 6 である。

(3)  $\triangle ABC$  において,  $\angle A = 60^\circ$ , 辺  $AC = 4$ , 辺  $AB = 5$  のとき, 次の各問いに答えよ。

① 辺  $BC = \boxed{7}$  である。

②  $\triangle ABC$  の面積 = 8 である。

③  $\angle A$  の二等分線と辺  $BC$  の交点を  $D$  とする。線分  $AD = \boxed{9}$  である。

**1** の選択肢

- ①  $-16$     ②  $-8$     ③  $-4$     ④  $4$     ⑤  $8$     ⑥  $16$

**2** の選択肢

- ①  $-2$     ②  $-1$     ③  $0$     ④  $1$     ⑤  $2$     ⑥  $4$

**3** の選択肢

- ①  $-63$     ②  $-62$     ③  $-8$     ④  $8$     ⑤  $62$     ⑥  $63$

**4** の選択肢

- ①  $-8$     ②  $-4$     ③  $-2$     ④  $2$     ⑤  $4$     ⑥  $8$

**5** の選択肢

- ①  $a < 2, 5 < a$     ②  $2 < a < 5$     ③  $a < 1, 10 < a$     ④  $1 < a < 10$   
⑤  $a < 1, 6 < a$     ⑥  $1 < a < 6$

**6** の選択肢

- ①  $a < 1$     ②  $a > \frac{9}{5}$     ③  $a < \frac{9}{5}$     ④  $\frac{9}{5} < a < 2$   
⑤  $a > 5$     ⑥  $1 < a < \frac{9}{5}$

**7** の選択肢

- ①  $\sqrt{11}$     ②  $2\sqrt{5}$     ③  $\sqrt{21}$     ④  $\sqrt{22}$     ⑤  $\sqrt{31}$     ⑥  $\sqrt{41}$

**8** の選択肢

- ①  $5$     ②  $10$     ③  $5\sqrt{2}$     ④  $10\sqrt{2}$     ⑤  $10\sqrt{3}$     ⑥  $5\sqrt{3}$

**9** の選択肢

- ①  $\frac{5}{9}$     ②  $\frac{20\sqrt{3}}{9}$     ③  $\frac{5\sqrt{3}}{9}$     ④  $\frac{20\sqrt{3}}{3}$     ⑤  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$     ⑥  $\frac{20}{5}$

選択解答  $\square \text{II} \sim \square \text{IV}$  の3問のうち、2問のみを  
選んで解答すること。

$\square \text{II}$

箱の中に赤玉1個、青玉2個、黄玉3個、緑玉4個の合計10個の玉が入っていて、  
その中から1個取り出したとき、赤玉4点、青玉3点、黄玉2点、緑玉1点の得点  
が得られるとする。今、この箱の中から同時に2個の玉を取り出し、得られた得点  
を $X$ とするとき、次の各問に答えよ。

- (1) 玉に区別をつけて考えると、2個の玉の取り出し方の総数は  $\square 10$  通りで  
ある。その中で、得点が2点の場合は  $\square 11$  通りあり、 $X = 2$ である確率は  
 $\square 12$  である。
- (2)  $X = 5$ である確率は  $\square 13$  であり、 $X = 6$ である確率は  $\square 14$  である。
- (3)  $X$ の期待値は  $\square 15$  である。

**10** の選択肢

- ① 35    ② 40    ③ 42    ④ 45    ⑤ 48    ⑥ 90

**11** の選択肢

- ① 3    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 9    ⑥ 12

**12** の選択肢

- ①  $\frac{1}{15}$     ②  $\frac{2}{15}$     ③  $\frac{1}{5}$     ④  $\frac{4}{15}$     ⑤  $\frac{1}{7}$     ⑥  $\frac{1}{8}$

**13** の選択肢

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{2}{9}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{4}{9}$     ⑤  $\frac{5}{9}$     ⑥  $\frac{2}{3}$

**14** の選択肢

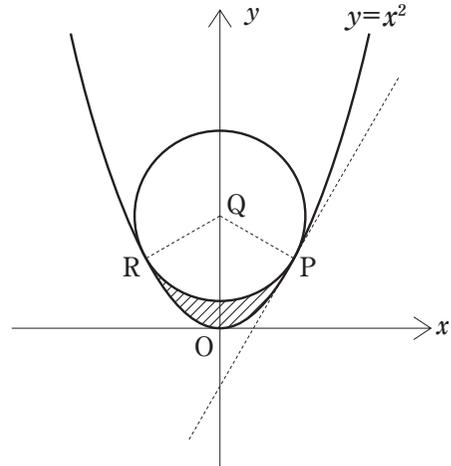
- ①  $\frac{1}{15}$     ②  $\frac{4}{45}$     ③  $\frac{1}{9}$     ④  $\frac{2}{15}$     ⑤  $\frac{1}{5}$     ⑥  $\frac{4}{15}$

**15** の選択肢

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8    ⑥ 9

### III

右図のように放物線  $y = x^2$  と円  $x^2 + (y - a)^2 = r^2$  ( $a > 0, r > 0$ ) とが 2 点 P, R で接している。この円の中心を Q とするとき  $\angle PQR = 120^\circ$  であるとする。ここで、放物線と円が点 P で接するとは P が放物線と円との共有点であり、かつ点 P における放物線と円の接線が一致することである。



- (1)  $y = x^2$  より  $y' =$   となるから、接点 P の  $x$  座標を  $x = p$  とするとき、点 P における接線の傾きは  となる。  
また、この接線と  $x$  軸の正方向となす角は  となることより、点 P の座標は  となることわかる。
- (2) (1)の結果を用いると、円の中心の  $y$  座標  $a$  は、 $a =$   であり、円の半径  $r =$   となる。
- (3)  $\int_{-p}^p x^2 dx =$   である。ただし、 $p$  の値は  の値を用いよ。
- (4) 扇形 PQR の面積は  である。ただし、扇形の弧は点 P と点 R を結ぶ短い弧とする。
- (5) 点 P と点 R を結ぶ短い弧と放物線とで囲まれた部分の面積は  である。

16 の選択肢

- ①  $x$    ②  $2x$    ③  $3x$    ④  $\frac{1}{3}x$    ⑤  $\frac{1}{3}x^2$    ⑥  $\frac{1}{3}x^3$

17 の選択肢

- ①  $p$    ②  $2p$    ③  $3p$    ④  $\frac{1}{3}p$    ⑤  $\frac{1}{3}p^2$    ⑥  $\frac{1}{3}p^3$

18 の選択肢

- ①  $30^\circ$    ②  $45^\circ$    ③  $60^\circ$    ④  $90^\circ$    ⑤  $120^\circ$    ⑥  $135^\circ$

19 の選択肢

- ①  $\left(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{12}\right)$    ②  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$    ③  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$   
④  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{4}\right)$    ⑤  $(1, 1)$    ⑥  $(\sqrt{3}, 3)$

20 の選択肢

- ①  $\frac{1}{4}$    ②  $\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{4}$    ③  $\frac{\sqrt{6}}{6} + \frac{1}{2}$    ④  $\frac{5}{4}$    ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{3} + 1$    ⑥  $4$

21 の選択肢

- ①  $\frac{1}{3}$    ②  $\frac{\sqrt{3}}{3}$    ③  $1$    ④  $\frac{\sqrt{6}}{3}$    ⑤  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$    ⑥  $2$

22 の選択肢

- ①  $\frac{1}{24}$    ②  $\frac{1}{12}$    ③  $\frac{\sqrt{2}}{6}$    ④  $\frac{\sqrt{2}}{12}$    ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{8}$    ⑥  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

23 の選択肢

- ①  $\frac{\pi}{27}$    ②  $\frac{\pi}{9}$    ③  $\frac{\pi}{3}$    ④  $\frac{2}{9}\pi$    ⑤  $\frac{4}{9}\pi$    ⑥  $\frac{4}{3}\pi$

24 の選択肢

- ①  $\frac{5}{4}\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$    ②  $\frac{5}{4}\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$    ③  $\frac{7}{4}\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$   
④  $\frac{7}{4}\sqrt{3} + \frac{\pi}{4}$    ⑤  $\frac{3}{4}\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$    ⑥  $\frac{3}{4}\sqrt{3} + \frac{\pi}{4}$

**IV**

等比数列  $\{a_n\}$  について、 $a_2=9$ 、 $a_3=27$  をみたすとき、次の各問いに答えよ。

(1) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めると、 $a_n = \boxed{25}$  であり、 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \boxed{26}$

である。

(2)  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} = \boxed{27}$  である。

(3) 数列  $\{b_n\}$  を  $b_1=1$ 、 $b_{n+1}=b_n+a_n$  ( $n \geq 1$ ) と定めるとき、数列  $\{b_n\}$  の一般項は、 $b_n = \boxed{28}$  である。

(4) 数列  $\{c_n\}$  を、 $c_1=1$ 、 $c_{n+1}=2c_n+a_n$  ( $n \geq 1$ ) と定める。 $d_n = \frac{c_n}{2^n}$  とおくと、数列  $\{d_n\}$  の一般項は、 $d_n = \boxed{29}$  であり、 $c_1 + c_2 + \cdots + c_n = \boxed{30}$  である。

25 の選択肢

- ①  $\frac{1}{3^{n-1}}$     ②  $\frac{1}{3^n}$     ③  $\frac{1}{3^{n+1}}$     ④  $3^{n-1}$     ⑤  $3^n$     ⑥  $3^{n+1}$

26 の選択肢

- ①  $\frac{3^{n+1}-3}{2}$     ②  $\frac{3^{n+1}-1}{2}$     ③  $\frac{3^n-3}{2}$     ④  $\frac{3^n-1}{2}$   
⑤  $\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^n \right\}$     ⑥  $\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^{n+1} \right\}$

27 の選択肢

- ①  $\frac{3-3^n}{2}$     ②  $\frac{1-3^n}{2}$     ③  $\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^{n+1} \right\}$     ④  $\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^n \right\}$   
⑤  $\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{3} - \left( \frac{1}{3} \right)^n \right\}$     ⑥  $\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^{n-1} \right\}$

28 の選択肢

- ①  $\frac{3^n-3}{2}$     ②  $\frac{3^n-1}{2}$     ③  $\frac{1-3^n}{2}$     ④  $\frac{3^{n+1}-1}{2}$   
⑤  $\frac{3^n+1}{2}$     ⑥  $\frac{3^n+3}{2}$

29 の選択肢

- ①  $\left( \frac{3}{2} \right)^{n+1} - 1$     ②  $\left( \frac{3}{2} \right)^n + 1$     ③  $\left( \frac{3}{2} \right)^n - 1$     ④  $\left( \frac{3}{2} \right)^{n-1} - 1$   
⑤  $\left( \frac{2}{3} \right)^{n-1} - 1$     ⑥  $\left( \frac{2}{3} \right)^n - 1$

30 の選択肢

- ①  $\frac{3^{n+1}-2^{n+2}+2}{2}$     ②  $\frac{3^{n+1}-2^{n+2}+3}{2}$     ③  $\frac{3^{n+2}-2^{n+2}+1}{2}$   
④  $\frac{3^n-2^n+1}{2}$     ⑤  $\frac{3^{n+1}-2^{n+1}-1}{2}$     ⑥  $\frac{3^{n+1}-2^{n+2}+1}{2}$

計 算 用 紙

計 算 用 紙

