

平成23年度

一般1期入学試験問題

数 学 (科学技術学部・薬学部)

2月1日 (11:10 ~ 12:10)

注 意 事 項

1. 問題用紙は、試験監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙と解答用紙(マークシート)は別になっています。
3. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。

① 氏名欄

氏名及びフリガナを記入しなさい。

② 受験番号欄

受験番号(数字及び英字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。

③ 試験種別欄

一般1期にマークしなさい。

④ 教科・科目欄

数学にマークしなさい。

4. **I** は必答、**II** **III** **IV** については、これらより2問を選択して解答すること。
5. 解答は、解答用紙の解答欄にマークしなさい。例えば、**10** と表示のある問いに対して③と解答する場合は、次の(例)のように**解答番号10の解答欄の③**にマークしなさい。

(例)

解答 番号	解 答 欄									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
10	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩

6. 問題用紙は、試験終了後持ち帰ること。

全員必答 I は必ず解答すること。

I

(1) 連立不等式

$$\begin{cases} 5(x-3) < 2x-6 \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x-a}{2} \geq \frac{x+1}{3} \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

がある。

①を解くと 1 であり、②を解くと 2 である。よって、連立不等式の解が存在するための定数 a の値の範囲は 3 である。

(2) 2次関数 $y = -x^2 + 2px - p \cdots \textcircled{1}$ について考える。ただし、 $p > 0$ とする。

(i) $p = 2$ のとき、関数①の頂点の座標は 4 であり、 $-1 \leq x \leq 3$ の範囲における最大値は 5、最小値は 6 である。

(ii) 関数①の最大値が6になるときの定数 p の値は 7 である。

(3)
$$\begin{cases} \sin \theta + 2 \cos \theta = 1 \\ \sin \theta - \cos \theta = a \end{cases}$$

とする。ただし、 $a > 0$ 、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

(i) $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ を a を用いて表すと $\sin \theta = \text{8}$ 、 $\cos \theta = \text{9}$ である。

(ii) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ より、 $a = \text{10}$ である。よって $\theta = \text{11}$ である。

1 の選択肢

- ① $x < 1$ ② $x < -1$ ③ $x < 3$ ④ $x < -3$ ⑤ $x < 7$ ⑥ $x < -7$

2 の選択肢

- ① $x \geq a + 1$ ② $x \leq 3a + 2$ ③ $x \leq 3a - 2$ ④ $x \geq 3a + 2$
⑤ $x \geq -3a + 2$ ⑥ $x \leq -3a - 2$

3 の選択肢

- ① $a < -3$ ② $a \leq -3$ ③ $a < \frac{1}{3}$ ④ $a \leq \frac{1}{3}$ ⑤ $a < \frac{5}{3}$ ⑥ $a \leq \frac{5}{3}$

4 の選択肢

- ① $(2, 2)$ ② $(2, -2)$ ③ $(-2, 2)$ ④ $(-2, -2)$
⑤ $(2, 6)$ ⑥ $(2, -6)$

5 の選択肢

- ① 1 ② 2 ③ -2 ④ 5 ⑤ -5 ⑥ 6

6 の選択肢

- ① 1 ② 2 ③ -2 ④ -3 ⑤ -7 ⑥ -11

7 の選択肢

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5 ⑥ 6

8 の選択肢

- ① $1 + 2a$ ② $1 - 2a$ ③ $\frac{1+a}{2}$ ④ $\frac{1+a}{3}$
⑤ $\frac{1+2a}{3}$ ⑥ $\frac{1-2a}{3}$

9 の選択肢

- ① $1 + a$ ② $1 - a$ ③ $\frac{1-a}{2}$ ④ $\frac{1+a}{3}$ ⑤ $\frac{1-a}{3}$ ⑥ $\frac{1+2a}{3}$

10 の選択肢

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1 ⑥ 2

11 の選択肢

- ① 0° ② 30° ③ 45° ④ 60° ⑤ 90° ⑥ 150°

選択解答 $\square \text{II}$ ~ $\square \text{IV}$ の3問のうち、2問のみを選んで解答すること。

$\square \text{II}$

1, 2, 3, … 6の目が出るサイコロがある。このサイコロを3回ふり、1回目に出た目を x_1 、2回目、3回目に出た目をそれぞれ x_2 , x_3 とするとき、次の各問に答えよ。

- (1) 3回目までのサイコロの目の出方は全部で $\square 12$ 通りであり $x_1 = x_2 = x_3$ となる確率は $\square 13$ である。
- (2) $x_1 < x_2 < x_3$ となる確率は $\square 14$ であり
 $x_1 < x_2 = x_3$ となる確率は $\square 15$ である。
- (3) $x_1 < x_2$ かつ $x_2 > x_3$ となる確率は $\square 16$ である。

12 の選択肢

- ① 6 ② 20 ③ 24 ④ 36 ⑤ 120 ⑥ 216

13 の選択肢

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{24}$ ④ $\frac{1}{36}$ ⑤ $\frac{1}{120}$ ⑥ $\frac{1}{216}$

14 の選択肢

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{5}{36}$ ③ $\frac{5}{54}$ ④ $\frac{5}{72}$ ⑤ $\frac{5}{108}$ ⑥ $\frac{5}{216}$

15 の選択肢

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{5}{36}$ ③ $\frac{5}{54}$ ④ $\frac{5}{72}$ ⑤ $\frac{5}{108}$ ⑥ $\frac{5}{216}$

16 の選択肢

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{5}{36}$ ③ $\frac{5}{54}$ ④ $\frac{55}{108}$ ⑤ $\frac{55}{216}$ ⑥ $\frac{55}{512}$

Ⅲ

関数 $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 2$ について、次の各問いに答えよ。

- (1) $f'(x) = \boxed{17}$ となる。
- (2) $y = f(x)$ は、 $x = \boxed{18}$ のとき極大値をとり、 $x = \boxed{19}$ のとき極小値をとる。
- (3) $f(x)$ を $\frac{f'(x)}{6}$ で割ったときの商を $Q(x)$ 、余りを $R(x)$ とすると、
 $Q(x) = \boxed{20}$ ， $R(x) = \boxed{21}$ となる。
- (4) 関数 $y = f(x)$ のグラフの上の極大点を A、極小点を B とする。
(3)の結果を用いると、直線 AB の方程式は $y = \boxed{22}$ となる。また、この直線 AB と、関数 $y = f(x)$ のグラフとの、点 A、B 以外の交点を C とするとき、点 C の x 座標は、 $x = \boxed{23}$ となることがわかる。

17 の選択肢

- ① $6x^2 - 6x - 6$ ② $6x^2 + 6x - 6$ ③ $6x^2 - 6x + 6$
④ $\frac{1}{2}x^4 - x^3 - 3x^2 + 2x$ ⑤ $\frac{1}{2}x^4 - x^3 - 3x^2$ ⑥ $\frac{1}{2}x^4 - x^3 - 3x^2 - 2x$

18 の選択肢

- ① $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ③ $-1 - \sqrt{5}$ ④ $-1 + \sqrt{5}$
⑤ $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ ⑥ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

19 の選択肢

- ① $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ③ $-1 - \sqrt{5}$ ④ $-1 + \sqrt{5}$
⑤ $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ ⑥ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

20 の選択肢

- ① $2x - 1$ ② $2x + 1$ ③ $-2x + 1$ ④ $5x + 1$
⑤ $5x - 1$ ⑥ $-5x + 1$

21 の選択肢

- ① $2x - 1$ ② $2x + 1$ ③ $-2x + 1$ ④ $5x + 1$
⑤ $5x - 1$ ⑥ $-5x + 1$

22 の選択肢

- ① $2x - 1$ ② $2x + 1$ ③ $-2x + 1$ ④ $5x + 1$
⑤ $5x - 1$ ⑥ $-5x + 1$

23 の選択肢

- ① $\frac{1}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\sqrt{5}$ ⑥ $\sqrt{5}$

IV

$\triangle OAB$ において、 $OA = 5$ 、 $OB = 4$ 、 $\cos \angle AOB = \frac{1}{8}$ とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

(1) 辺 AB を $2 : 1$ に内分する点を P とし、辺 OB 上に $OQ = 2$ となる点 Q をとる。

このとき、 \overrightarrow{OP} 、 \overrightarrow{OQ} 、 \overrightarrow{PQ} 、を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表すと

$$\overrightarrow{OP} = \boxed{24}, \quad \overrightarrow{OQ} = \boxed{25}$$

$$\overrightarrow{PQ} = \boxed{26} \text{ である。}$$

(2) 辺 AB の長さは $\boxed{27}$ であり、 \vec{a} と \vec{b} の内積は $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{28}$ である。

(3) 辺 OA 上に点 R を、線分 PR の長さが最小となるようにとる。このとき、

$\overrightarrow{OR} = \boxed{29} \vec{a}$ であり、 $\triangle OAB$ と $\triangle APR$ の面積の比を最も簡単な整数の比で表すと $\triangle OAB : \triangle APR = \boxed{30}$ である。

24 の選択肢

- ① $\vec{a}+2\vec{b}$ ② $2\vec{a}+\vec{b}$ ③ $\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{2}$ ④ $\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{2}$ ⑤ $\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$ ⑥ $\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$

25 の選択肢

- ① $2\vec{a}$ ② $2\vec{b}$ ③ $-2\vec{b}$ ④ $\frac{1}{2}\vec{a}$ ⑤ $\frac{1}{2}\vec{b}$ ⑥ $-\frac{1}{2}\vec{b}$

26 の選択肢

- ① $-\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$ ② $-\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$ ③ $-\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{6}$ ④ $\frac{-\vec{a}+2\vec{b}}{6}$ ⑤ $\frac{-2\vec{a}+\vec{b}}{6}$
⑥ $-\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{6}$

27 の選択肢

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6 ⑥ 7

28 の選択肢

- ① $\frac{5}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $\frac{15\sqrt{7}}{2}$ ④ $-\frac{15\sqrt{7}}{2}$ ⑤ 50 ⑥ -50

29 の選択肢

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$ ⑥ $\frac{2}{5}$

30 の選択肢

- ① 1:5 ② 2:3 ③ 2:5 ④ 3:2 ⑤ 5:1 ⑥ 5:2

計 算 用 紙

計 算 用 紙

